Учреждение Российской Академии Наук
Физический Институт им. П. Н. Лебедева РАН

Диденко Вячеслав Евгеньевич

На правах рукописи

Черные дыры в теории полей высших спинов

01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2010

Работа выполнена в Отделении теоретической физики им. И.Е. Тамма Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
Васильев Михаил Андреевич

Официальные оппоненты:

д.ф.-м.н., академик РАН
Рубаков Валерий Анатольевич
(Институт ядерных исследований, г. Москва)

доктор физико-математических наук
Филиппов Александр Тихонович
(Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна)

Ведущая организация:
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Защита состоится 24 мая 2010 г. в ____ часов на заседании Диссертационного Совета Д002.023.02 в Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН (119991, Москва, Ленинский пр., 53).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического института им. П.Н. Лебедева РАН или на сайте `http://td.lpi.ru`

С авторефератом можно ознакомиться на сайте `http://td.lpi.ru`

Автореферат разослан ____ апреля 2010 г.

Ученый секретарь Диссертационного Совета К002.023.02

доктор физико-математических наук Я.Н. Истомин

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Основной задачей квантовой теории поля является построение единой теории объединяющей все наблюдаемые в природе взаимодействия - гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое. В рамках Стандартной Модели удается описать последние три, в то время как гравитация продолжает стоять особняком с момента ее открытия А. Эйнштейном. Проблема состоит в том, что действие гравитации Гильберта-Эйнштейна не удается проквантовать без появления неустранимых бесконечностей. Несмотря на впечатляющее развитие математического аппарата применительно к данной задаче, проблема, по-видимому, носит принципиальный характер. Одним из руководящих принципов, помогающим понять фундаментальные законы природы является принцип симметрии. Анализ симметрий в теории поля до сих пор остается важнейшим инструментом современной теоретической физики. Так, с открытием суперсимметрии (симметрии между бозонами и фермионами), появилась возможность строить взаимодействие гравитации с калибровочными фермионами в рамках супергравитации (*D.Z. Freedman, P. van Nieuwenhuizen, S. Ferrara*, Phys. Rev. D **13**, 3214, 1976). Оказывается, что при квантовании суперсимметричных теорий, бозонные петли могут сокращаться с фермионными. В результате ультрафиолетовые расходимости суперсимметричных теорий, как правило, появляются в более высоких порядках теории возмущений, чем в несуперсимметричном случае. Таким образом, наличие большего числа симметрий теории улучшает ее квантовое поведение.

Появление теории (супер)струн знаменует собой новую веху в попытке объединить гравитацию с остальными взаимодействиями. В основе этой теории заложен новый физический принцип, согласно которому, точечную частицу следует заменить протяженным одномерным объектом. Оказывается, что как теория поля, теория струн "эквивалентна" теории взаимодействующих массивных полей всех спинов друг с другом и с безмассовыми фотоном и гравитоном. Единственный размерный параметр теории струн – ее натяжение.

Замечательно, что в пределе нулевого натяжения $\alpha' \to \infty$ для струнных амплитуд рассеяния возникает бесконечный набор тождеств Уорда, что является указанием наличия бесконечномерной калибровочной симметрии, лежащей в основе некоторой калибровочной теории высших спинов (*D.J. Gross*, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 1229). Наличие такого предела может быть свидетельством того, что сама теория струн является фазой с нарушенной симметрией некоторой калибровочной теории. Вопрос о существовании теории взаимодействующих калибровочных полей со спинами $s > 2$ (теория высших спинов) является одной из центральных задач современной теоретической физики. Попытка построения теории безмассовых полей высших спинов, распространяющихся на пространстве Минковского, привела к отрицательному результату. Причина этого - отсутствие какого-либо размерного параметра, который бы контролировал размерность вершин взаимодействия. В работах (*E.S. Fradkin, M.A. Vasiliev*, Annals Phys. **177**, 63 (1987); Phys. Lett. B **189** (1987) 89) впервые удалось обойти эту трудность в $d = 4$ взяв в качестве вакуума теории пространство с ненулевой космологической постоянной – AdS_4. Характерные черты теории взаимодействующих безмассовых полей произвольного спина s состоят в следующем

- в спектре теории присутствует бесконечный набор безмассовых полей произвольного спина $0 \leq s < \infty$;
- нетривиальный вакуум теории – пространство-время с ненулевой космологической постоянной $\Lambda \neq 0$.

Отметим, что калибровочные теории высших спинов содержат лишь две фундаментальные константы связи - гравитационную G и космологическую Λ. Последняя является единственным размерным параметром на уравнениях движения. Оказывается, что его присутствие позволяет строить вершины взаимодействия калибровочных полей любого порядка по производным, что делает теорию существенно нелокальной. Отметим также, что космологическая постоянная входит в вершины неаналитично, не допуская наивного предела $\Lambda \to 0$. Пространство Минковского вероятно может возникать в непертурбативной фазе со спонтанно нарушенными калибровочными симметриями высших спинов.

Актуальность изучения калибровочных теорий высших спинов возросла после открытия дуальности между теорией струн в пространствах AdS

и теорией Янга-Миллса на их границе (*J.M. Maldacena*, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231). Нетривиальные тесты гипотезы Малдасены проведены в области больших значений постоянной т'Хоофта $\lambda = g_{YM}^2 N \to \infty$, где g_{YM} и N есть константа связи и число цветов в граничной теории Янга-Миллса. Данный режим соответствует сильной связи в теории Янга-Миллса и квазиклассическому описанию теории суперструн в супергравитационном пределе. Есть основания считать, что в пределе малой постоянной т'Хоофта теория струн с нулевым натяжением является некоторой нелинейной калибровочной теорией высших спинов дуальной свободной конформной теории на границе (*B. Sundborg*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **102** (2001) 113). В настоящее время это направление является предметом активных исследований (*I.R. Klebanov, A.M. Polyakov*, Phys. Lett. B **550** (2002), 213; *S. Giombi, Xi Yin*, e-Print: `arXiv:0912.3462` [hep-th]).

Центральной проблемой самой теории высших спинов является построение теории взаимодействующих калибровочных полей произвольного спина во всех порядках и в любой размерности пространства–времени. На сегодняшний день эта задача решена лишь частично. Известные теории включают

- нелинейную теорию всех безмассовых бозонов и фермионов в четырех измерениях на уровне уравнений движения (*M.A. Vasiliev*, Phys. Lett. B **243** 378-382 (1990))

- уравнения движения в произвольной размерности, описывающие взаимодействия симметричных полей (*M.A. Vasiliev*, Phys. Lett. B **567** (2003) 139).

Отметим, что существующие теории являются классическими и вопрос их квантования совсем не изучен по причине отсутствия полного нелинейного лагранжиана. Кроме того, даже на классическом уровне не изучены физически важные точные решения уравнений движения. Такой анализ необходим, в частности, для понимания механизма спонтанного нарушения симметрии и генерации масс в теории высших спинов.

В этой связи становится актуальным поиск точных решений теории высших спинов. Поскольку теория высших спинов является обобщением теории гравитации Эйнштейна, естественными объектами изучения являются черные дыры и их обобщение в теории высших спинов. В предлагаемой диссертации это исследование проведено в низших размерностях $d = 3$ и $d = 4$.

Целью работы является описание классических черных дыр общей теории относительности методами теории высших спинов, а также поиск решения типа черной дыры в нелинейной бозонной теории взаимодействующих безмассовых полей в четырех измерениях. В цели диссертационной работы входит изучение свободной динамики безмассовых полей на фоне $3d$ черной дыры, построение развернутой формулировки $4d$ черной дыры Эйнштейна–Максвелла и построение явного сферически симметричного, статичного решения нелинейных уравнений высших спинов.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются оригинальными и получены впервые.

Научная и практическая ценность диссертационной работы обусловлена непосредственным применением полученных в ней результатов в теории калибровочных полей высших спинов.

Апробация работы. Результаты диссертации были представлены на семинарах теоретического отдела ФИАН и различных международных конференциях по физике, а также на зарубежных семинарах в Scuola Normale Superiore, г. Пиза, Италия, в Imperial College, Лондон, Англия и в университете г. Монс, Бельгия.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 статьи и 1 статья направлена в печать (см. стр. 16).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, объединяющих 32 раздела, заключения, четырех приложений и списка цитированной литературы, включающего 101 название. Общий объем работы – 133 страницы.

Краткое содержание работы

Во введении описан объект исследований, дан краткий исторический обзор и сформулированы цели диссертации. Приведена общая структура диссертации.

В первой главе рассматриваются вакуумные (супер)поля обобщенного AdS (супер) пространства и описывается распространение свободных полей на его фоне. Свойства $Sp(2M)$ инвариантного пространства-времени $\mathcal{M}_M$ были изучены в (*M.A. Vasiliev*, hep-th/0111119). Важно расширить этот анализ на обобщенное пространство анти-де Ситтера, являющимся групповым многообразием $Sp(M)$ (M четно), имеющем $Sp(M) \times Sp(M) \subset Sp(2M)$ в качестве группы изометрии, реализованной действием левыми и правыми сдвигами группы на себе. Поскольку анализ $Sp(2M)$ инвариантных систем высших спинов наиболее естественно проведен в терминах звездочных алгебр, для его расширения на обобщенное AdS пространство-время, необходимо построить звездочную реализацию левоинвариантных форм Картана (т.е. плоских связностей) на $Sp(M)$. Это основная цель первой главы. Полученные результаты позволяют получить явные формулы для симметрий и решений безмассовых полевых уравнений в обобщенном AdS пространстве-времени. Аналогичная конструкция также предложена для суперсимметричного случая $OSp(L, M)$. Кроме того, поскольку при $M = 2$ обобщенное AdS пространство является буквально обычным AdS_3 пространством, полученные в первой главе результаты будут использованы во второй главе для исследования так называемой БТЗ черной дыры.

Чтобы описать алгебру симметрий $sp(M) \oplus sp(M)$ обобщенного пространства AdS, введем осцилляторы a_α, b_β, $\alpha, \beta = 1, \ldots, M$ с коммутационными соотношениями

$$[a_\alpha, b_\beta]_\star = V_{\alpha\beta}\,, \qquad [a_\alpha, a_\beta]_\star = 0\,, \qquad [b_\alpha, b_\beta]_\star = 0\,, \tag{1}$$

где $V_{\alpha\beta}$ – антисимметричная инвариантная форма $Sp(M)$ и ассоциативная звездочная операция определена формулой Мойла

$$(f\star g)(a,b) = \frac{1}{\pi^{2M}} \int f(a{+}u, b{+}t) g(a{+}s, b{+}v) e^{2(s_\alpha t^\alpha - u_\alpha v^\alpha)}\, d^M u\, d^M t\, d^M s\, d^M v\,, \tag{2}$$

так что, $1 \star 1 = 1$. Индексы поднимаются и опускаются с помощью $Sp(M)$ формы $V_{\alpha\beta}$. Тогда генераторы алгебры $sp(M) \oplus sp(M)$ имеют следующий билинейный вид

$$L_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(a_\alpha b_\beta + a_\beta b_\alpha)\,, \qquad P_{\alpha\beta} = a_\alpha a_\beta + \lambda^2 b_\alpha b_\beta\,, \tag{3}$$

где λ – обратный радиус обобщенного пространства AdS.

$Sp(2M)$ инвариантные уравнения безмассовых полей в трех измерениях естественным образом описаны в (*O.V. Shaynkman, M.A. Vasiliev*, Theor. Math. Phys. **128** (2001) 1155-1168) в терминах расслоений Фока над $\mathcal{M}_M$. Другими словами, рассмотрим функции на $\mathcal{M}_M$, принимающие значения в модуле Фока F

$$|\Phi(b|X)\rangle = C(b|X) \star |0\rangle\langle 0| \,, \tag{4}$$

где $C(b|X)$-некоторая "производящая функция"

$$C(b|X) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} c_{\beta_1\dots\beta_m}(X) b^{\beta_1} \dots b^{\beta_m} \tag{5}$$

и $|0\rangle\langle 0|$-фоковский вакуум, определенный соотношениями

$$a_\alpha \star |0\rangle\langle 0| = 0 \,, \qquad |0\rangle\langle 0| \star b^\alpha = 0 \,. \tag{6}$$

$|0\rangle\langle 0|$ может быть реализован как элемент звездочной алгебры

$$|0\rangle\langle 0| = e^{-2a_\alpha b^\alpha} \,. \tag{7}$$

$Sp(2M)$-ковариантное уравнение, описывающее безмассовые возбуждения, имеет вид

$$d|\Phi(b|X)\rangle - w_0 \star |\Phi(b|X)\rangle = 0 \,, \tag{8}$$

где

$$w_0 = \omega^{\alpha\beta} L_{\alpha\beta} + h^{\alpha\beta} P_{\alpha\beta} \tag{9}$$

вакуумная 1-форма со значениями в алгебре $sp(M) \oplus sp(M)$ и удовлетворяющая условию нулевой кривизны

$$dw_0 = w_0 \star \wedge w_0 \,. \tag{10}$$

Уравнения (8), (10) инвариантны относительно калибровочных преобразований

$$\delta w_0 = d\epsilon - [w_0, \epsilon]_\star \,, \tag{11}$$

$$\delta|\Phi(b|X)\rangle = \epsilon \star |\Phi(b|X)\rangle \,, \tag{12}$$

где $\epsilon(a, b|X)$-произвольный инфинитезимальный калибровочный параметр. Любое фиксированное вакуумное решение w_0 уравнения (10) нарушает симметрию высших спинов до подалгебры стабильности с инфинитезимальным параметром $\epsilon_0(a,b|X)$, удовлетворяющим уравнению

$$d\epsilon_0 - [w_0, \epsilon_0]_\star = 0. \tag{13}$$

Совместность этого уравнения гарантированна (10). В результате, (13) локально имеет чисто калибровочное решение вида

$$w_0(X) = -g^{-1}(X) \star dg(X)\,, \tag{14}$$

где $g(a,b|X)$-некоторый обратимый элемент звездочной алгебры. Параметры глобальной симметрии имеют вид

$$\epsilon_0(X) = g^{-1}(X) \star \xi \star g(X)\,, \tag{15}$$

где произвольный, независящий от X элемент звездочной алгебры $\xi = \xi(a,b)$, описывает параметры глобальной симметрии высших спинов и действует на решениях уравнения (8) (для любого данного w_0). Аналогично можно решить уравнение (8) в виде

$$|\Phi(b|X)\rangle = g^{-1} \star |\Phi(b|X_0)\rangle\,, \tag{16}$$

где $|\Phi(b|X_0)\rangle$ играет роль начальных условий. Эта формула означает то, что модуль Фока $|\Phi(b|X_0)\rangle$ параметризует все ненулевые на полевых уравнениях, комбинации производных от динамических полей в точке $X = X_0$. Формула (16) играет роль ковариантного разложения Тейлора, восстанавливающего общее решение в терминах производных в точке $X = X_0$.

Формулы (14), (16) играют ключевую роль, позволяя решить уравнения движения явно, при условии, что известна калибровочная функция $g(X)$, соответствующая выбранной связности w_0. Обобщенное пространство AdS является групповым многообразием, поэтому вакуумную связность w_0 естественно описать в терминах лево- и право-инвариантных форм Картана, а именно

$$h_{\alpha\beta} = (W_1^{-1})_\alpha{}^\gamma d(W_1)_{\gamma\beta} - (W_2)_\alpha{}^\gamma d(W_2^{-1})_{\gamma\beta}, \tag{17}$$

$$\omega_{\alpha\beta} = (W_1^{-1})_\alpha{}^\gamma d(W_1)_{\gamma\beta} + (W_2)_\alpha{}^\gamma d(W_2^{-1})_{\gamma\beta}, \tag{18}$$

где $W_{1,2\,\alpha}{}^\beta(X) \in Sp(M)$, т.е.,

$$(W_{1,2}^{-1})_{\alpha\beta} = -(W_{1,2})_{\beta\alpha}. \tag{19}$$

Основным результатом первой главы является явное выражение для калибровочной функции, которая воспроизводит (17), (18)

$$g(a,b|W_1,W_2) = \frac{2^M \exp\Big(-\frac{1}{2}\Pi^{\alpha\beta}(W_1)T^+_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\Pi^{\alpha\beta}(W_2)T^-_{\alpha\beta}\Big)}{\sqrt{\det||(W_1+1)(W_2+1)||}}\,, \qquad (20)$$

где

$$\Pi_{\alpha\beta}(W) = \Pi_{\beta\alpha}(W) = \Big(\frac{W-1}{W+1}\Big)_{\alpha\beta} \qquad (21)$$

и $T^{\pm}_{\alpha\beta} = a_\alpha a_\beta + \lambda^2 b_\alpha b_\beta \pm \lambda(a_\alpha b_\beta + b_\alpha a_\beta)$ – генераторы левой и правой $sp(M)$. Обобщение на суперпространство выглядит аналогично.

Глава 2 посвящена изучению БТЗ черной дыры, как точного решения в $3d$ теории высших спинов. Применяя методы развитые в первой главе мы решаем задачу о безмассовых флуктуациях на фоне БТЗ метрики и находим ранее неизвестные симметрии решения, связанные с преобразованиями из алгебры высших спинов.

Метрика (*M. Banados, C. Teitelboim and J. Zanelli*, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 1849)

$$ds^2 = (-M+\lambda^2 r^2 + \frac{J^2}{4r^2})dt^2 - (-M+\lambda^2 r^2 + \frac{J^2}{4r^2})^{-1}dr^2 - r^2(d\phi - \frac{J}{2r^2}dt)^2\,, \quad (22)$$

где $\phi \in [0, 2\pi]$ является точным решением вакуумных уравнений Эйнштейна с отрицательной космологической постоянной $\Lambda = -\lambda^2$. При некоторых значениях параметров M и J метрика описывает черную дыру массы M, вращающуюся с угловым моментом J в $(2+1)$ пространстве–времени. В трех измерениях тензор Вейля тождественно равен нулю, поэтому любое решение вакуумных уравнений Эйнштейна с отрицательным космологическим членом локально эквивалентно пространству AdS_3. Интересно, что среди таких решений оказывается есть черные дыры со свойствами напоминающими решение Керра в $d = 4$. Действительно, при

$$M > 0\,, \qquad |J| \leq M/\lambda \qquad (23)$$

пространство (22) имеет внешний и внутренний горизонты

$$r^2_{\pm} = \frac{M}{2\lambda^2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{J^2\lambda^2}{M^2}}\right)\,. \qquad (24)$$

Предельное значение $|J| = M/\lambda$ отвечает экстремальной черной дыре, а случай $M = J = 0$ – так называемой, вакуумной черной дыре. Отрицательные значения массы приводят к голой конической сингулярности на поверхности $r = 0$, кроме единственного случая $M = -1$, $J = 0$, который воспроизводит глобально пространство AdS_3.

Тот факт, что метрика БТЗ локально эквивалентна AdS_3 позволяет интерпретировать ее как точный вакуум $3d$ теории высших спинов. Действительно, уравнения Эйнштейна в этом случае можно записать в виде условия нулевой кривизны для алгебры $o(2,2) \sim sp(2) \oplus sp(2)$

$$R = dw - w \wedge \star w = 0\,, \tag{25}$$

где w – 1-форма со значениями в алгебре $sp(2) \oplus sp(2)$

$$w = \omega^{\alpha\beta} a_\alpha b_\beta + h^{\alpha\beta}(a_\alpha a_\beta + \lambda^2 b_\alpha b_\beta)\,. \tag{26}$$

Мы используем осцилляторную реализацию и звездочное произведение (1)–(3), где теперь индексы $\alpha, \beta = 1, 2$, а $\omega^{\alpha\beta}$ и $h^{\alpha\beta}$ отождествлены с лоренцевой связностью и тетрадой БТЗ черной дыры. Применяя развитый в первой главе формализм анализа уравнений высших спинов в модуле Фока, легко решить задачу о безмассовых флуктуациях на фоне БТЗ черной дыры. Используя формулу (16), можно вычислить производящую функцию безмассовых полей с определенной энергией E и моментом импульса L в виде

$$C(b|t,r,\phi) = e^{-iEt} e^{iL\phi} A(r)^{-Q-\frac{1}{2}} (1 - A(r)^{-1})^{\frac{P+Q}{2}} e^{-b^1 b^2} \int_{-\infty}^{\infty} ds \int dw\, s^{2P-\frac{1}{2}}$$
$$\times\, w^{2Q-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{s^2}{4} - \frac{w^2}{4A(r)} + \frac{sw}{2A(r)} + \mu(r) s b^1 - \eta(r) w b^2 \right)\,,$$

где

$$A(r) = \frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{r^2 - r_-^2}{r_+^2 - r_-^2}\right)\,, \qquad \mu(r)\eta(r) = A^{-1}(r) \tag{27}$$

и

$$P = i\frac{E - L}{2(r_+ - r_-)}\,, \qquad Q = i\frac{E + L}{2(r_+ + r_-)}\,. \tag{28}$$

Развитый в первой главе формализм также легко позволяет найти глобальные симметрии безмассовых полей, распространяющихся на фоне БТЗ черной дыры. Окончательный результат характеризуется параметром

$$\sigma = \sqrt{\frac{M + J\lambda}{M - J\lambda}} \,. \tag{29}$$

Имеем следующие случаи.

- $\sigma \notin \mathbb{N}$

Алгебра глобальных симметрий является обертывающей алгеброй симметрии БТЗ, т.е. $Env(\xi_\phi,\, \xi_t)$

- $\sigma = 2, 3, \dots$

В случае положительных целых σ выживает более широкий класс симметрий высших спинов. Конформная алгебра $sp(4)$ по-прежнему нарушена до $u(1) \oplus u(1)$. Условие $\sigma = 2, 3, \dots$ имеет вид некоторого квантования массы M в терминах углового момента J.

- $\sigma = 1$

Это случай невращающейся черной дыры $J = 0$ выделен тем, что выживает большая часть конформных симметрий. Остаточные симметрии образуют алгебру $gl(2)$. Помимо векторов Киллинга БТЗ она содержит генераторы специальных конформных преобразований, порожденных $b_1 b_1$ и $b_2 b_2$.

Рассмотрим теперь случай экстремальной черной дыры $r_- = r_+ = r_e$. Случаи $r_e \neq 0$ и $r_e = 0$ (т.е., $M = J = 0$) требуют отдельного рассмотрения.

- $r_e \neq 0$

Помимо стандартной $u(1) \oplus u(1)$ симметрии, порожденной векторами Киллинга ξ_t и ξ_ϕ, экстремальная черная дыра имеет один спинор Киллинга, в согласии с (*O. Coussaert, M. Henneaux*, Phys.Rev.Lett. **72** (1994) 183-186), где была обнаружена суперсимметрия экстремальной черной дыры.

- $r_e = 0$

В случае “вакуумной” черной дыры $M = J = 0$ получаем максимальное число суперсимметрий. Имеются две суперсимметрии и часть конформных симметрий образующих $E_2 \oplus u(1)$, где E_2 — алгебра движений 2-мерной евклидовой плоскости.

Глава 3 посвящена построению развернутой формулировке черных дыр общей теории относительности в четырех измерениях. Предложенный метод позволяет оперировать с чернодырными метриками не используя координат. А именно показано, что метрику семейства Картера–Плебанского $g_{\mu\nu}(x)$ можно представить в следующем виде

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta^{AdS}_{\mu\nu}(x) + f_{\mu\nu}(K_{AB}(x)|\mathcal{M}, \mathbf{q})\,, \tag{30}$$

где $\eta^{AdS}_{\mu\nu}(x)$ – метрика пространства AdS_4 в произвольных координатах, $K_{AB}(x) = K_{BA}(x)$ – параметр глобальной симметрии AdS_4 (индексы $A, .. = (\alpha, \dot\alpha)$ нумеруют $Sp(4)$ индексы Майорана), Re M – масса, Im M – НУТ параметр, $\mathbf{q}$ – сумма квадратов электрического и магнитного зарядов. Кинематические характеристики метрики, такие как параметр вращения и параметр Картера–Плебанского параметризуются двумя инвариантами (операторами Казимира $C_2 = \frac{1}{4}K_{AB}K^{AB}$, $C_4 = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}(K^4)$) параметра глобальной симметрии $K_{AB}(x)$. Явный вид функции $f_{\mu\nu}$ хотя и простой требует дополнительных построений, именно векторов Керра–Шилда, и приведен в диссертации. Таким образом AdS_4 черная дыра может быть описана в бескоординатном виде с помощью одного вектора Киллинга AdS_4 и нескольких констант характеризующих “волосы” черной дыры.

Идея построения состоит в том, чтобы найти подходящую деформацию условия ковариантного постоянства

$$D_0 K_{AB} = 0\,, \qquad D_0^2 = 0\,, \tag{31}$$

где D_0 – AdS_4 ковариантная производная, такую что деформированная система описывала бы черную дыру.

Чтобы найти такую деформацию запишем параметр K_{AB} в лоренцевых компонентах

$$K_{AB} = \begin{pmatrix} \lambda^{-1}\varkappa_{\alpha\beta} & V_{\alpha\dot\beta} \\ V_{\beta\dot\alpha} & \lambda^{-1}\bar\varkappa_{\dot\alpha\dot\beta} \end{pmatrix}, \tag{32}$$

тогда видно, что в системе (31) существует тензор Максвелла без источника

$$F_{\alpha\alpha} = -\lambda^{-2}G^3\varkappa_{\alpha\alpha}\,, \qquad \bar F_{\dot\alpha\dot\alpha} = -\lambda^{-2}\bar G^3\bar\varkappa_{\dot\alpha\dot\alpha}\,, \tag{33}$$

где

$$G=\frac{\lambda^2}{\sqrt{-\varkappa^2}}=(-F^2)^{1/4}\,,\qquad \bar G=\frac{\lambda^2}{\sqrt{-\bar\varkappa^2}}=(-\bar F^2)^{1/4} \tag{34}$$

и

$$D_{\gamma\dot\alpha}F_\alpha{}^\gamma=0\,,\qquad D_{\alpha\dot\gamma}\bar F_{\dot\alpha}{}^{\dot\gamma}=0. \tag{35}$$

Исходная система (31) в новых переменных принимает следующий вид

$$DV_{\alpha\dot\alpha} = \frac{1}{2}\rho\, h^\gamma{}_{\dot\alpha}F_{\gamma\alpha}+\frac{1}{2}\bar\rho\, h_\alpha{}^{\dot\gamma}\bar F_{\dot\alpha\dot\gamma}\,, \tag{36}$$

$$DF_{\alpha\alpha} = -\frac{3}{2G}h^{\beta\dot\gamma}V^\beta{}_{\dot\gamma}F_{(\beta\beta}F_{\alpha\alpha)}\,, \tag{37}$$

$$D\bar F_{\dot\alpha\dot\alpha} = -\frac{3}{2\bar G}h^{\gamma\dot\beta}V_\gamma{}^{\dot\beta}\bar F_{(\dot\beta\dot\beta}\bar F_{\dot\alpha\dot\alpha)}\,. \tag{38}$$

с

$$\rho=-\lambda^2G^{-3},\qquad \bar\rho=-\lambda^2\bar G^{-3}. \tag{39}$$

Оказывается, что искомая деформированная система имеет вид (36)–(38) с

$$\rho\to\rho=\mathcal{M}-\lambda^2G^{-3}-\mathbf{q}\,\bar G\,, \tag{40}$$

где $\mathcal{M}$ и $\mathbf{q}$ – произвольные комплексный и действительный параметры, соответственно, и описывает черную дыру общего вида с кривизной

$$\mathcal{R}_{\alpha\alpha}=\frac{\lambda^2}{2}\mathbf{H}_{\alpha\alpha}-\frac{3(\mathcal{M}-\mathbf{q}\,\bar G)}{4G}\mathbf{H}^{\beta\beta}F_{(\beta\beta}F_{\alpha\alpha)}+\frac{\mathbf{q}}{4}\,\bar{\mathbf{H}}^{\dot\beta\dot\beta}\bar F_{\dot\beta\dot\beta}F_{\alpha\alpha}\,. \tag{41}$$

Тип черной дыры, стационарная или статическая зависит от значений AdS_4 инвариантов параметра K_{AB}. В статическом случае необходимо выполнение следующего условия

$$K_A{}^CK_C{}^B=\delta_A{}^B\,. \tag{42}$$

Чтобы получить явные выражения для метрики, соответствующей деформированным уравнениям и убедится в том, что она действительно принадлежит классу Картера–Плебанского, мы используем эффективный метод интегрирующего потока. Применяя требование совместности $[\partial_\chi,d]=0$ к деформированной системе, где $\chi=(\mathcal{M},\,\mathbf{q})$ константы деформации и d – пространственно–временной внешний дифференциал, мы получаем дифференциальные уравнения первого порядка по параметрам χ для всех полей входящих в систему, т.е. тетрады, вектора Киллинга и т.д. Полученные уравнения для потоков легко интегрируются с начальными условиями $\mathcal{M} = 0, \mathbf{q} = 0$ отвечающим AdS_4 вакууму, приводя к координатно–инвариантному описанию общего семейства метрик Картера–Плебанского (30).

В главе 4 на основе развитого в третьей главе формализма строится точное сферически симметричное решение нелинейной бозонной теории высших спинов в четырех измерениях.

Чтобы выписать бозонные уравнения нелинейной теории высших спинов введем следующие мастер поля: 1-форму $W(Y,Z|x)$ для потенциалов полей высших спинов, 0-форму $B(Y,Z|x)$ для напряженностей, а также вспомогательные 0-формы $S_\alpha(Y,Z|x), \bar{S}_{\dot\alpha}(Y,Z|x)$ не несущих динамических степеней свободы. Коммутирующие спинорные переменные $Y_A = (y_\alpha, \bar{y}_{\dot\alpha})\, Z_A = (z_\alpha, \bar{z}_{\dot\alpha})$ играют роль базисных переменных для производящих функций, на которых определена операция звездочного произведения $\star$. Уравнения имеют следующий вид

$$dW - W \star \wedge W = 0\,, \tag{43}$$

$$dB - W \star B + B \star \tilde{W} = 0\,, \tag{44}$$

$$dS_\alpha - [W, S_\alpha]_\star = 0\,, \quad d\bar{S}_{\dot\alpha} - [W, \bar{S}_{\dot\alpha}]_\star = 0\,, \tag{45}$$

$$S_\alpha \star S^\alpha = 2(1 + B \star v)\,, \quad \bar{S}_{\dot\alpha} \star \bar{S}^{\dot\alpha} = 2(1 + B \star \bar{v})\,, \quad [S_\alpha, \bar{S}_{\dot\alpha}]_\star = 0\,, \tag{46}$$

$$B \star \tilde{S}_\alpha + S_\alpha \star B = 0\,, \quad B \star \tilde{\bar{\bar{S}}}_{\dot\alpha} + \bar{S}_{\dot\alpha} \star B = 0\,, \tag{47}$$

где $\tilde{A} = (-u_\alpha, \bar{u}_{\dot\alpha})$ для $A = (u_\alpha, \bar{u}_{\dot\alpha})$, и $v = \exp(z_\alpha y^\alpha)\,, \bar{v} = \exp(\bar{z}_{\dot\alpha} \bar{y}^{\dot\alpha})$ – операторы Клейна.

Вакуум $B_0 = 0$, $W_{AB} = \omega^{AB} Y_A Y_B$, $S_A = z_A$ – является точным решением уравнений (43)-(47) и описывает пустое пространство AdS_4 через связность ω^{AB}, удовлетворяющую условию нулевой кривизны (43). Стартуя с вакуумного решения по теории возмущения, в первом порядке воспроизводятся свободные уравнения Фронсдала для бозонных полей произвольного спина в AdS_4. В старших порядках эти поля начинают взаимодействовать.

Идея данной главы состоит в том, чтобы в первом порядке для линеаризованных кривизн высших спинов выбрать решения типа D по Петрову, с одними и теми же главными нулевыми направлениями в секторе каждого спина. Удивительным образом, в секторе спина $s = 1$ и $s = 2$ эти поля удовлетворяют одновременно и вакуумным уравнениям Эйнштейна–Максвелла, описывая заряженную черную дыру в AdS_4. Для старших спинов имеет место естественное обобщение типа Керра–Шилда. Далее можно изучать поправки старших порядков.

Линеаризованные кривизны высших спинов, описывающие черную дыру вместе с обобщением для старших спинов имеют следующий простой вид

$$B(Y|x) = M \exp\left(\frac{1}{2}K_{AB}Y^AY^B\right) \star \delta^{(2)}(y)\,, \tag{48}$$

где M – массивный параметр, $K_{AB}(x)$ – параметр глобальной симметрии пространства AdS_4 (31) и $\delta^{(2)}(y)$ – дельта функция Дирака от левых спиноров y_α.

В статическом случае, когда угловой момент черной дыры равен нулю, уравнения (43)–(47) удается решить точно. Причина этого в том, что в силу (42) имеет место следующее равенство

$$\exp\left(\frac{1}{2}K_{AB}Y^AY^B\right) \star \exp\left(\frac{1}{2}K_{AB}Y^AY^B\right) = \exp\left(\frac{1}{2}K_{AB}Y^AY^B\right) \equiv F_K\,, \tag{49}$$

т.е. F_K является проектором, что позволяет определить модуль Фока и существенно упростить анализ нелинейных уравнений. Благодаря вакууму Фока, четырехмерные уравнения высших спинов эффективно проецируются на трехмерные, рассмотренные в (*S.F. Prokushkin and M.A. Vasiliev*, Nucl.Phys. **B545** (1999) 385) для описания массивных $3d$ полей материи, которые можно решить с помощью деформированных осцилляторов Вигнера. Масса черной дыры M совпадает с вакуумным значением $B_0^{(3d)} = \nu$, задающим масштаб масс в $3d$ теории взаимодействующих массивных полей. Такая редукция предполагает интересное соответствие между теорией взаимодействующих AdS_3 массивных полей с масштабом масс ν и $4d$ черной дырой высших спинов массы M, $\nu = \lambda GM$, где $-\lambda^2$ – космологическая постоянная и G – константа Ньютона. Более того, полученные результаты указывают на то, что в теории высших спинов флуктуации на фоне черной дыры описываются калибровочной теорией меньшего числа измерений.

На линейном уровне, когда поля высших спинов не дают вклад в метрику, найденное решение в секторе спина $s = 2$ описывает черную дыру Шварцшильда в пространстве AdS_4 по аналогии с заряженным решением Рейснера–Нордстрема вклад метрику электрического заряда начинается со второго порядка через тензор энергии импульса. То, что решение является суперсимметричным, по-видимому, означает его экстремальность.

В заключении приводится список полученных результатов.

В приложениях I – IV собраны технические подробности.

Основные результаты

1. Найден общий вид вакуумных калибровочных полей в обобщенном AdS суперпространстве, ассоциированном с группой $OSp(L, M)$. Это позволило нам описать динамику свободных безмассовых полей в обобщенном AdS пространстве-времени и найти законы их (обобщенных)конформных преобразований и преобразований высших спинов. Найдено в явном виде общее решение полевых уравнений. Результаты получены с помощью звездочной реализации ортосимплектических супер803алгебр.

2. Показано, что БТЗ черная дыра является точным решением калибровочной теории полей высших спинов в трехмерном пространстве времени. Используя формализм звездочной алгебры, лежащий в основе теории высших спинов, найдены решения для безмассовых полей в метрике черной дыры. Обнаружено, что при некотором условии квантования на массу и угловой момент черной дыры, метрика имеет дополнительные симметрии, связанные с бесконечномерной алгеброй высших спинов.

3. Предложена развернутая формулировка AdS_4 черной дыры, характеризуемой массой, НУТ – зарядом, электрическим и магнитными зарядами и двумя кинематическими параметрами, один из которых является угловым моментом. Найден интегрирующий поток, который связывает полученную развернутую систему черной дыры с условием ковариантного постоянства AdS_4 параметра глобальной симметрии. Предложенная формулировка приводит к координатно–независимому описанию метрики черной дыры в AdS_4. Её заряды отождествлены с эволюционными параметрами интегрирующих потоков, а кинематические параметры – с первыми интегралами раз-

вернутой системы уравнений, которые выражаются через инварианты AdS_4 параметра глобальной симметрии. Показано, как с помощью предложенного метода воспроизводятся различные известные метрики черных дыр, включая метрику Картера и Керра–Ньюмена. Свободные калибровочные параметры позволяют выбирать в координатно–независимом виде различные представления метрики, такие как представление Керра–Шилда, двойное представление Керра–Шилда или обобщенное Картера–Плебанского.

4. Получено точное статическое, сферически-симметричное решение нелинейной бозонной калибровочной теории высших спинов в четырех измерениях, сохраняющее четверть суперсимметрий $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной $4d$ теории высших спинов. В пределе слабого поля решение описывает в секторе спина $s = 2$ AdS_4 черную дыру Шварцшильда, а также безмассовые возбуждения типа Керра–Шилда для всех полей целого спина.

Публикации по теме диссертации

1. V.E. Didenko and M.A. Vasiliev, *J.Math.Phys.* **45** (2004) 197-215, hep-th/0301054

2. V. E. Didenko, A. S. Matveev and M. A. Vasiliev, Theor. Math. Phys. **153** 1487 (2007) [Teor. Mat. Fiz. **153** 158 (2007)], `hep-th/0612161`

3. V.E. Didenko, A.S. Matveev, and M.A. Vasiliev, Phys. Lett. **B665** 284 (2008), `arXiv:0801.2213[hep-th]`

4. V.E. Didenko, A.S. Matveev, and M.A. Vasiliev, *Unfolded Dynamics and Parameter Flow of Generic AdS_4 Black Hole*, `arXiv:0901.2172[hep-th]`

5. V.E. Didenko, M.A. Vasiliev, Phys. Lett. **B682** 305-315 (2009), `arXiv:0906.3898[hep-th]`