

На правах рукописи  
УДК 531.3

**Васильев Евгений Александрович**

**ДИНАМИКА ТЁМНОЙ МАТЕРИИ  
В ЦЕНТРАХ ГАЛАКТИК**

01.04.02 – теоретическая физика

*Автореферат*

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва  
2006

Работа выполнена в Отделении теоретической физики им. И.Е.Тамма  
Физического института им. П.Н.Лебедева РАН

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,  
Зельников Максим Иванович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
Лукаш Владимир Николаевич  
(Астрокосмический центр ФИАН)

доктор физико-математических наук  
Поляченко Евгений Валерьевич  
(Институт астрономии РАН)

Ведущая организация: Институт теоретической и экспериментальной  
физики им. А.И.Алиханова

Защита диссертации состоится 29 января 2007 г в 12 часов на заседании Диссертационного совета Д002.023.02 в Физическом институте им. П.Н.Лебедева РАН по адресу: 119991, Москва, Ленинский пр. 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического института им. П.Н.Лебедева РАН.

Автореферат разослан 15 декабря 2006 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
д.ф.-м.н. Я.Н.Истомин

# 1 Общая характеристика работы

## 1.1 Актуальность темы

По современным представлениям, большую часть материи во Вселенной составляет тёмная материя. Её вклад в полную плотность энергии во Вселенной оценивается в 23%, в то время как вклад обычной (барионной) материи составляет не более 5% (остальное приходится на долю так называемой тёмной энергии). Наиболее вероятными кандидатами на роль тёмной материи являются ещё не открытые элементарные частицы, предсказываемые различными теориями фундаментальных взаимодействий, – например, нейтралино, возникающие в суперсимметричных обобщениях Стандартной модели. С астрофизической точки зрения тёмная материя характеризуется тем, что взаимодействует с барионным веществом только гравитационно, и, как следствие этого, определяет формирование крупномасштабной структуры Вселенной на ранних стадиях её развития. Первичные неоднородности плотности вещества приводят к образованию гравитационно связанных объектов – гало тёмной материи, в которых впоследствии зарождаются галактики и скопления галактик. Теоретические исследования и компьютерное моделирование показывают, что первоначальная структура гало имеет некоторый достаточно универсальный вид, с профилем плотности  $\rho \propto r^{-\gamma}$  при малых расстояниях от центра объекта;  $1 \lesssim \gamma < 2$ . Впрочем, единой теоретической модели образования гало в настоящий момент ещё нет, равно как и нет полного согласия в наблюдательных методах исследования профиля плотности в центральных областях гало. Одним из методов изучения распределения тёмной материи в центрах галактик могла бы быть регистрация излучения от аннигиляции тёмной материи. Его интенсивность зависит как от пока неизвестных параметров частиц тёмной материи – массы и сечения аннигиляции, – так и от распределения плотности тёмной материи в пространстве, главным образом, вблизи центра галактики, где её плотность максимальна. Таким образом, актуальной задачей является изучение распределения и эволюции тёмной материи в центрах галактик.

Вопрос об образовании гало изучался достаточно подробно, а дальнейшая эволюция тёмной материи в центральных областях гало изучена гораздо меньше. Первым из эффектов, влияющих на эволюцию, является реакция гало на барионное сжатие, сопутствующее образованию галакти-

ки. Поскольку обычное (барионное) вещество, охлаждаясь, конденсируется к центру гало и преобладает по массе во внутренних частях галактики, то тёмная материя соответственно реагирует на это изменение гравитационного потенциала. Простейшая модель для расчёта барионного сжатия, предложенная в [1], опирается на упрощающее предположение о круговых орбитах частиц, которое не выполняется для реальных гало. Тем не менее, часто пользуются именно этим методом, что, как показано в данной работе, приводит к завышенным значениям степени сжатия гало. Учёт распределения частиц по угловым моментам позволяет более строго рассчитать процесс барионного сжатия.

Дальнейшая эволюция тёмной материи в ядре галактики (балдже) определяется гравитационным рассеянием на звёздах, аналогичным кулоновскому рассеянию в плазме. Из-за того, что сечение гравитационного рассеяния мало, и, соответственно, длина свободного пробега велика по сравнению с размерами системы, процесс можно описывать с помощью кинетического уравнения (уравнения Фоккера-Планка, т.е. диффузии). Поскольку масса частицы пренебрежимо мала по сравнению с массой звезды, установление термодинамического равновесия, в сущности, невозможно, и взаимодействие со звёздами должно приводить к неограниченному нагреву тёмной материи.

Как известно, в центрах галактик находятся сверх массивные чёрные дыры с массами  $M_{bh} \sim 10^6 \div 10^9 M_\odot$  (где  $M_\odot$  – масса Солнца). Чёрная дыра поглощает звёзды и частицы тёмной материи с малыми угловыми моментами  $L$  (меньшими критического значения  $L_g = 2cr_g = 4GM_{bh}/c$ ) в течение одного орбитального периода. Однако, при отсутствии гравитационного рассеяния, доля таких частиц в полном распределении мала. При учёте же рассеяния ситуация существенным образом меняется. Диффузия по угловому моменту приводит к появлению потока частиц тёмной материи на чёрную дыру и возникновению анизотропии функции распределения. Вместе с диффузией по энергии и аннигиляцией частиц это приводит к уменьшению плотности тёмной материи в центральной области галактики.

Эволюция распределения звёзд в окрестности массивной чёрной дыры рассматривалась во многих работах, в частности, в [2, 3]. Методы, развитые в этих работах, применялись и к тёмной материи в центре галактики (например, [4, 5, 6]). Однако, до настоящего времени не было проведено

достаточно полного исследования этого вопроса с одновременным учётом различных факторов и для различных моделей начального строения гало тёмной материи. Это и являлось предметом исследования в данной работе.

## 1.2 Цель работы

Целью работы является построение развёрнутой картины эволюции тёмной материи в центральных областях галактик, в частности:

1. Исследование реакции гало на барионное сжатие, происходящее при образовании галактики.
2. Вычисление коэффициентов кинетического уравнения, описывающего эволюцию тёмной материи, в различных пространственных областях, и определение граничных условий, связанных с наличием чёрной дыры.
3. Аналитическое рассмотрение одномерных пределов кинетического уравнения: диффузии по угловому моменту и связанного с ней поглощения частиц чёрной дырой, и диффузии по энергии, приводящей к нагреву частиц.
4. Численное интегрирование двумерного уравнения диффузии и выяснение качественных отличий его от одномерных пределов. Определение относительного влияния различных факторов и обычно используемых упрощающих предположений на эволюцию распределения тёмной материи. Расчёт изменения профиля плотности тёмной материи, определяющего аннигиляционный сигнал.

## 1.3 Научная новизна работы

Проведён аналитический расчёт барионного сжатия для достаточно широкого класса моделей начального строения гало, включающего аналитические модели и эмпирические профили, полученные при численном моделировании.

Вычислены коэффициенты диффузии для различных пространственных областей. Показано, что они зависят от величины углового момента.

Впервые проведено детальное исследование двумерного уравнения диффузии для тёмной материи с учётом поглощения чёрной дырой и потерь на

аннигиляцию, для широкой пространственной области. Выяснена относительная роль различных процессов и допустимость пренебрежения разными эффектами; проведены сравнения с результатами других работ, выполненных при некоторых упрощающих предположениях. Определены также качественные сходства и различия в эволюции для разных исходных моделей.

#### **1.4 Практическая ценность работы**

Методы, используемые в работе, позволяют исследовать эволюцию тёмной материи для широкого класса начальной структуры гало. Рассчитаны величины, связанные с распределением плотности тёмной материи, которые могут использоваться для выяснения ограничений на массу и сечение аннигиляции частиц при регистрации аннигиляционного излучения из центра нашей и других галактик.

#### **1.5 Апробация работы**

Результаты работы опубликованы в 4-х статьях, а также неоднократно докладывались на семинарах Отделения теоретической физики ФИАН и на трёх конференциях:

1. 3-я международная конференция «Проблемы теоретической и наблюдательной космологии»; Ульяновск, сентябрь 2003.
2. Конференция стипендиатов фонда им. Ландау, Москва, Институт физических проблем им. П.Л.Капицы; июнь 2004.
3. Международная конференция по теоретической физике «TD70», Москва, Физический Институт им. П.Н.Лебедева РАН; апрель 2005.

#### **1.6 Публикации**

По теме диссертации опубликовано 4 работы в реферируемых российских и международных журналах, список которых приведён в конце авторефера.

## 1.7 Структура и объём работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 100 страниц, 21 рисунок, 3 таблицы; список цитируемой литературы содержит 93 наименования.

## 2 Краткое содержание работы

Во **введении** описывается область исследований, задачи, поставленные в работе; приводится краткое её содержание. Также приводится таблица обозначений, используемых в тексте.

**Первая глава** носит обзорный характер. В **разделе 1.1** описано современное состояние дел в области изучения структуры гало тёмной материи. Существуют два основных метода исследования – аналитическое рассмотрение коллапса начального возмущения плотности [7], сделанное при некоторых упрощающих предположениях, и численное моделирование крупномасштабной структуры Вселенной методами задачи  $N$  тел и/или гидродинамики, при котором образующиеся объекты характеризуются достаточно универсальным распределением плотности (наиболее широко используются профили NFW [8] и Moore [9]). Соответственно, в наших расчётах мы используем два класса моделей (А и Б), отвечающих соответственно аналитическим моделям и эмпирическим моделям численных исследований. Кроме того, описаны полуэмпирические подходы к построению равновесных конфигураций на основе решения уравнения Джинса [10], которые приводят к ряду соотношений между параметрами гало (наклон профиля плотности, показатель анизотропии и т.д.) [11]. Данные соотношения впоследствии проверяются для используемых нами моделей в главе 2.

В **разделе 1.2** рассказывается о барионном сжатии – процессе, происходящем при образовании галактики внутри гало тёмной материи. Обычное (барионное) вещество, охлаждаясь, падает в потенциальную яму, созданную тёмной материей, и концентрируется в центре гало, преобладая по массе над тёмной материей. Соответственно меняется и гравитационный потенциал в центральных областях, и вследствие этого плотность тёмной материи также увеличивается – это и называется барионным, или адиабатическим сжатием. Его учёт необходим для всех расчётов, связанных с профилем плотности тёмной материи в центре галактики, однако это делается далеко не во всех работах. Если же сжатие учитывается, то, как

правило, расчёт происходит по методу Блюменталя [1], в котором предполагается только сохранение углового момента. Этот метод строго применим только к частицам на круговых орбитах. Некоторыми авторами были предложены эмпирические способы усовершенствования этого алгоритма для случая произвольного анизотропного распределения (см., например, [12]), которые показывают, что для реальных распределений степень сжатия оказывается меньше, чем предсказывается по методу Блюменталя.

В разделе 1.3 приводятся данные по строению ядра галактики – балджа, и сведения о сверх массивных чёрных дырах. Профиль плотности звёзд в балдже принят степенным с показателем степени близким к  $-2$ . Чёрная дыра определяет гравитационный потенциал в области  $r < r_h$ , масса звёзд в которой равна удвоенной массе чёрной дыры. Для нашей Галактики радиус области влияния чёрной дыры  $r_h$  в настоящее время равен 2 пс.

В разделе 1.4 сделан обзор литературы, посвящённой эволюции распределения звёзд и тёмной материи в окрестности массивной чёрной дыры. Задача о стационарном распределении звёзд в окрестности чёрной дыры рассматривалась в [2, 3]. Было показано, что функция распределения имеет вид  $f \propto E^{1/4} \ln R/R_g$ , где  $R$  – нормированный на единицу квадрат углового момента (см. ниже (2)), а плотность –  $\rho \propto r^{-7/4}$ . Для тёмной материи те же рассуждения приводят к профилю плотности  $\rho \propto r^{-3/2}$  [4], однако при этом, во-первых, игнорируется зависимость функции распределения от углового момента, и во-вторых, предполагается стационарность функции, что на самом деле недостижимо. Более корректный подход принят в работе [5], где рассматривается эволюционная задача, связанная с диффузией по угловому моменту, однако игнорируется диффузия по энергии. В работе [6], напротив, изучается диффузия по энергии с эмпирическим учётом диффузии по моменту, но коэффициент диффузии берётся в усреднённой форме. Кроме того, в этих работах рассматривался довольно ограниченный набор начальных распределений тёмной материи. Таким образом, необходимо более полное исследование вопроса об эволюции тёмной материи, что и сделано в 3 и 4 главах данной работы.

Вторая глава посвящена выбору и обоснованию исходных данных – моделей строения гало и распределения звёзд в ядре галактики (балдже), и рассмотрению барионного сжатия. Глава состоит из двух разделов.

В разделе 2.1 введены две модели начального строения гало тёмной

материи (А и Б), основанные на аналитических теориях и результатах численного моделирования соответственно. Поскольку нас интересуют центральные области гало, на расстояниях  $r$  от центра, существенно меньших вириального радиуса, то мы берём профиль плотности в степенном виде:  $\rho \propto r^{-\gamma_d}$ ,  $1 \lesssim \gamma_d < 2$ . (В модели А  $\gamma_d \approx 1.7$ , в модели Б профилю NFW соответствует  $\gamma_d = 1$ , Moore –  $\gamma_d = 1.5$ ). Мы рассматриваем задачу в сферически-симметричном случае, при этом функция распределения зависит только от энергии и углового момента, и оказывается также степенной функцией от энергии.

Для дальнейших расчётов удобно функцию распределения записывать в переменных радиальное действие  $I$  – угловой момент  $L$ . Радиальное действие определяется как  $I = \frac{1}{2\pi} \oint v_r dr$ , где  $v_r$  – радиальная скорость. Оно имеет то преимущество перед энергией, что при медленном изменении потенциала величина  $I$  является адиабатическим инвариантом.

Различие между моделями А и Б заключается в зависимости функции  $f(E, L)$  от момента  $L$ . В модели А это  $\delta$ -образная зависимость:  $f \propto \delta(L^2 - l_0^2 I^2)$ , в модели Б – степенная:  $f \propto L^{-2\beta}$ . Полезным параметром, характеризующим функцию распределения, является показатель анизотропии скоростей Бинни:  $\beta = 1 - \frac{\sigma_t^2}{2\sigma_r^2}$ , где  $\sigma_r^2$  и  $\sigma_t^2$  – дисперсии скоростей в радиальном и тангенциальном направлении соответственно. При этом  $0 < \beta < 1$  соответствует радиальной анизотропии скоростей,  $\beta < 0$  – тангенциальной, а  $\beta = 0$  – изотропному случаю. В модели Б показатель анизотропии равен в точности величине  $\beta$  в показателе степени при угловом моменте. В модели А его можно выразить через  $\gamma_d$  и  $l_0$ , что и сделано в этом разделе. Получена зависимость между  $l_0$ ,  $\gamma_d$  и  $\beta$ , аналогичная по виду той, которая приводится в [11], но с другими коэффициентами.

Также в этом разделе вычислены параметры движения частиц для различных форм гравитационного потенциала, и приведены выражения для функции распределения звёзд в балдже.

В разделе 2.2 проводится расчёт барионного сжатия для выбранных моделей начального строения гало. Мы можем непосредственно рассчитать профиль плотности гало после сжатия, так как функция распределения записана в переменных  $I, L$ , являющихся инвариантами при медленном сферически симметричном изменении гравитационного потенциала. Потенциал после образования галактики, создаваемый барионной материи, разумно представить в степенном виде ( $\Phi(r) \propto r^{2-\gamma_b}$ ), соответствующем степен-

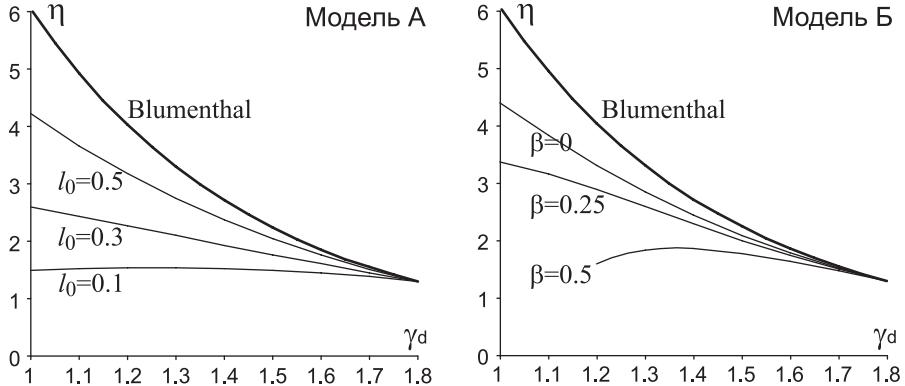


Рис. 1: Увеличение массы тёмной материи в пределах балджа ( $r \leqslant 1$  кпс).  
 $\eta = \frac{M'_dm(R)}{Mdm(R)}$ : жирная линия – по методу Блюментала, сплошные линии – слева: модель А с  $l_0 = 0.1, 0.3$  и  $0.5$ , справа: модель Б с  $\beta = 0, 0.25$  и  $0.5$ .  
 Профиль плотности звёзд в балдже взят степенным с показателем  $\gamma_b = 1.8$ .

ному профилю плотности барионов  $\rho_b \propto r^{-\gamma_b}$ . При этом профиль плотности тёмной материи после сжатия также будет степенным:  $\rho' \propto r^{-\gamma'_d}$ , причём  $\gamma'_d = (3\gamma_b + \gamma_d - \gamma_b\gamma_d)/(4 - \gamma_d)$ . Оказывается, что при точном расчёте степень сжатия, т.е. нормировка плотности, оказывается меньше, чем рассчитанная по методу Блюментала (см. рис. 1). Разница тем существеннее, чем более радиально анизотропны скорости (больше  $\beta$ ) и чем более «плоский» начальный профиль плотности (меньше  $\gamma_d$ ). Это согласуется с результатами других авторов [12, 13]. Для нашей Галактики проведён расчёт изменения общей массы тёмной материи в пределах балджа (условно – области радиусом 1 кпс). Оказывается, что её количество увеличивается в  $1.5 \div 4$  раза, в зависимости от модели, но в любом случае остаётся в несколько раз меньше, чем масса барийонной материи.

Также рассчитан новый показатель анизотропии  $\beta'$  после сжатия. В модели А  $\beta' > \beta$ , в модели Б – незначительно меньше, то есть его изменение зависит от принятой модели.

Основная часть диссертации посвящена рассмотрению динамической эволюции тёмной материи в центре Галактики под воздействием грави-

тационного рассеяния на звёздах, поглощения чёрной дырой и аннигиляции. В **третьей главе** даётся постановка задачи, выписано кинетическое уравнение, вычислены его коэффициенты, начальные и граничные условия. Глава состоит из четырёх разделов.

В **разделе 3.1** выписано уравнение Фоккера-Планка в орбитально-усреднённой форме, описывающее эволюцию распределения тёмной материи. Оно может быть представлено в различных переменных, в данной работе в качестве основных переменных взяты безразмерные величины  $Q$  и  $R$ .

$$\frac{\partial f(Q, R, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Q} \left( \mathcal{D}_{QQ} \frac{\partial f}{\partial Q} + \mathcal{D}_{QR} \frac{\partial f}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial R} \left( \mathcal{D}_{QR} \frac{\partial f}{\partial Q} + \mathcal{D}_{RR} \frac{\partial f}{\partial R} \right) \quad (1)$$

$$R = \frac{L^2}{L_c^2(E)}, \quad Q = \frac{L_c^2(E)J(E)}{3(\sigma r_1)^3} \quad (2)$$

Здесь  $L_c(E)$  – угловой момент круговой орбиты, максимальный для данной энергии,  $J(E)$  – радиальное действие для радиальной орбиты (с нулевым угловым моментом) с данной энергией.  $R$  – нормированный квадрат углового момента,  $Q(E)$  – величина, зависящая только от энергии, выбранная таким образом, чтобы якобиан в уравнении был равен константе. (В связи с выбором безразмерных переменных эта константа имеет размерность  $L^3$  и равна  $(\sigma r_1)^3$ , где  $\sigma$  – дисперсия скоростей звёзд в балдже, которая одновременно определяет и гравитационный потенциал, а  $r_1$  – нормировочный радиус, взятый равным радиусу области влияния чёрной дыры в настоящий момент). Такой выбор переменных удобен для описания одновременно области влияния чёрной дыры и остального балджа: первая соответствует  $0 < Q \leq Q_h$ , вторая –  $Q > Q_h$ ;  $Q_h \sim 0.1$ . Приведены выражения для различных величин в терминах  $Q$  и  $R$ , а также для  $Q$ ,  $R$  в различных пространственных областях.

В **разделе 3.2** вычислены коэффициенты диффузии  $\mathcal{D}_{ij}$  в уравнении (1), отдельно для балджа и области влияния чёрной дыры (кулоновской области). Локальные коэффициенты, зависящие от точки, вычислены в [5]; интересующие нас величины получаются усреднением их по орбите частицы и приведением к нужным переменным. Оказывается, что коэффициент диффузии по энергии  $\mathcal{D}_{QQ}$  довольно сильно зависит от  $R$ , а именно,  $\mathcal{D}_{QQ} \propto R^{-(0.43 \div 0.5)}$ . Это обстоятельство не учитывалось в предыдущих работах, где он брался в усреднённом по  $R$  виде. Коэффициенты для балджа и центральной области совпадают при  $Q \sim Q_h$ . Коэффициент  $\mathcal{D}_{RR}$  при малых  $R$  примерно равен  $\mathcal{D}R$ ,  $\mathcal{D} = \text{const}$ .

В разделе 3.3 рассматривается граничное условие, обусловленное наличием чёрной дыры. Чёрная дыра поглощает частицы с моментами, меньшими критического, или с  $R < R_g$ , в течение одного орбитального периода (при пролётеperiцентра). На первый взгляд, это соответствует граничному условию  $f(R) = 0|_{R=R_g}$ , но на самом деле ситуация оказывается сложнее. Введём величину  $\Delta R = \sqrt{2\mathcal{D}_{RR}T}$ , где  $T$  – орбитальный период.  $\Delta R$  представляет собой среднеквадратическое изменение  $R$  за один период. Ясно, что если  $\Delta R \gg R_g$ , то за счёт диффузии частицы будут довольно быстро заполнять область  $R < R_g$ , называемую конусом потерь. Поэтому усреднённое по орбите значение  $f_g \equiv f(R_g)$  будет отлично от нуля. Граничное условие при  $R = R_g$  можно записать в виде

$$f_g - \alpha R_g \frac{\partial f}{\partial R} \Big|_{R=R_g} = 0, \quad (3)$$

где  $\alpha \ll 1$  соответствует пустому конусу потерь (поглощающей границе), а  $\alpha \gg 1$  – полному. Получена связь между величинами  $Q$ ,  $\alpha$  и  $q = \mathcal{D}T/R_g$ . При малых  $Q$  период частицы мал, и справедливо приближение поглощающей границы; при больших – наоборот. Величина  $Q$ , при которой  $q = 1$ , называется критической энергией  $Q_{cr}$  [3]. Для нашей Галактики оказывается, что  $Q_{cr} < Q_h$ , т.е. критическое значение лежит в кулоновской области.

Наконец, в разделе 3.4 начальная функция распределения представлена в переменных  $Q$ ,  $R$ . Для дальнейших количественных расчётов принято четыре модели строения гало: одна из семейства А, с  $\gamma_d \approx 1.7$  и  $l_0 = 0.1$ , изучавшаяся в [5], и три из семейства Б: изотропный ( $\beta = 0$ , Б1) и радиально анизотропный ( $\beta = 0.5$ , Б2) профили Moore ( $\gamma_d = 1.5$ ) и изотропный профиль NFW ( $\gamma_d = 1$ , Б3). Вычислены нормировки функции распределения, отвечающие плотности тёмной материи  $\rho_\odot = 0.3 \text{ ГэВ}/\text{см}^3$  на расстоянии 8 кпс от центра Галактики [6].

**Четвёртая глава** посвящена решению диффузионного уравнения (1) и обсуждению результатов. Вначале анализируются одномерные пределы – диффузия по угловому моменту и по энергии, что позволяет выявить основные качественные особенности явления. Затем решается полное двумерное уравнение для различных расчётных вариантов, описываются отличия двумерного решения от одномерных приближений, обсуждается сходство и различия вариантов, обусловленные учётом тех или иных факторов и различием начальных условий. Также анализируется возможность детек-

тирования излучения от аннигиляции тёмной материи.

В **разделе 4.1** рассматривается одномерная диффузия по угловому моменту. Коэффициент диффузии  $\mathcal{D}_{RR}$  имеет одинаковую зависимость от  $R$  для всех  $Q$ , то есть достаточно рассмотреть одномерную задачу при некотором значении  $Q$  и произвольно заданной величине  $q$  в граничном условии. Получить аналитическое решение через функцию Грина оказывается затруднительным, но существует довольно простое рассуждение, позволяющее найти приближённый вид функции распределения и величину потока на чёрную дыру. Как было сказано выше,  $\mathcal{D}_{RR} \approx \mathcal{D}R$  вблизи границы поглощения, а следовательно, решение, отвечающее постоянному потоку  $S$  частиц в направлении малых  $R$ , будет иметь логарифмический вид при малых  $R$ :

$$f(R, t) = f_g(t) \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{R}{R_g}\right) \quad (4)$$

Поток при этом равен  $S = \mathcal{D}f_g/\alpha$ . Если произвести спивку такого решения с начальной функцией распределения и записать уравнение для изменения числа частиц, то получим обыкновенное дифференциальное уравнение, которое позволяет довольно точно описать зависимость потока  $S$  от времени и приближённо найти вид функции распределения. Эволюция делится на два этапа: при  $t \lesssim T_D = \mathcal{D}^{-1}$  происходит установление квазистационарного логарифмического профиля для всех  $R$ , а при больших временах  $f(R)$  сохраняет логарифмическую форму, экспоненциально уменьшаясь по амплитуде. Важно, что характерное время уменьшения амплитуды составляет  $\mathcal{D}^{-1} \times (\alpha + \ln(1/R_g) - 1)$ , т.е. существенно больше  $T_D$  даже при малых  $\alpha$ . Остаётся отметить, что  $T_D$  в области влияния чёрной дыры не зависит от  $Q$  и по порядку величины равно  $2 \cdot 10^9$  лет, т.е. меньше времени существования Галактики, принятого равным  $10^{10}$  лет. В области балджа  $T_D$  увеличивается пропорционально  $Q^{2/3}$ .

В **разделе 4.2** изучается одномерная диффузия по  $Q$ , т.е. по энергии. Коэффициент диффузии  $\mathcal{D}_{QQ} \propto Q^{4/3}$  в области балджа и  $\propto Q^2$  в кулоновской области. Начальное же условие имеет вид  $f(Q) \propto Q^{-n}$ ,  $n \approx 2/3$ . Ясно, что решение будет обладать тем свойством, что средняя энергия частиц увеличивается, т.е.  $Q$  растёт. Физический смысл этого в том, что при стремлении к термодинамическому равновесию и равнораспределению энергии между частицами и звёздами первые, из-за своей пренебрежимо малой массы, неограниченно увеличивают энергию на единицу массы. Под-

черкнём принципиальное отличие этого эффекта в применении к звёздам – для звёзд в уравнение (1) входит член первого порядка, отвечающий за динамическое трение. В равновесном состоянии он уравновешивается диффузионным членом. В то же время для частиц тёмной материи динамическое трение отсутствует из-за их ничтожной массы.

Решение одномерного уравнения для области балджа имеет вид

$$f(Q, t) \approx \begin{cases} Ct^{-1} & , \quad Q < Q_D(t) \\ f(Q, t = 0) & , \quad Q > Q_D(t) \end{cases} \quad (5)$$

То есть в области  $Q < Q_D$  функция распределения «размазалась» в плато, амплитуда которого уменьшается со временем, а при больших  $Q$  влияние диффузии ещё не почувствовалось; граница между этими областями  $Q_D$  увеличивается со временем. Временная шкала для диффузии по энергии в области  $Q < Q_1$  одного порядка с характерным временем диффузии по угловому моменту для  $Q = Q_1$ , то есть эти два процесса происходят параллельно и никаким из них пренебречь нельзя. Для кулоновской области эффект аналогичен, но уменьшение функции происходит с одним и тем же характерным временем во всей этой области, также как и в случае диффузии по моменту.

Кроме того, поскольку  $\mathcal{D}_{QQ}$  увеличивается при уменьшении  $R$ , то соответственно уменьшается и временная шкала для диффузии по энергии.

Таким образом, мы видим, что процесс диффузии достаточно сложен: диффузия по угловому моменту приводит к потоку частиц в область малых  $R$  и поглощении их чёрной дырой. В то же время при малых  $R$  гораздо быстрее происходит диффузия по энергии, т.е. «выметание» частиц в область больших  $Q$ . Это, в частности, приводит к уменьшению потока на чёрную дыру, так как при больших  $Q$  граничное условие приобретает вид полного конуса потерь, при котором градиент функции распределения вблизи границы поглощения мал, и соответственно уменьшается темп поглощения.

Для количественного описания процесса необходимо интегрирование полного двумерного уравнения диффузии, что и сделано в **разделе 4.3**.

Задача решалась с помощью численного интегрирования конечно-разностного аналога уравнения (1) для значений параметров, соответствующих нашей Галактике. В качестве начального условия брались четыре модели, перечисленные в разделе **3.4**. Кроме того, для модели Б1 (изотропный профиль Moore) были произведены несколько расчётов с различными факторами: при пренебрежении диффузией по энергии (как было сделано

$\#$	модель, особенности	$M_{init}$	$M_{capt} (M_{capt}^h)$	$M_{evap}$	$M_{ann}$
1	Б1 $M_{bh} = \text{const}$	$1.2 \cdot 10^6$	$1.3 \cdot 10^5 (7 \cdot 10^4)$	$4.7 \cdot 10^5$	—
2	Б1 $”-, \mathcal{D}_{QQ} = ’$	$1.2 \cdot 10^6$	$2.8 \cdot 10^5 (2 \cdot 10^5)$	—	—
3	Б1 $”-, \mathcal{D}_{QQ}$ не зависит от $R$	$1.2 \cdot 10^6$	$1.4 \cdot 10^5 (7.3 \cdot 10^4)$	$4.8 \cdot 10^5$	—
4	Б1 $M_{bh} \propto \sqrt{t}$	$1.2 \cdot 10^6$	$5.3 \cdot 10^4 (2 \cdot 10^4)$	$5.4 \cdot 10^5$	—
5	Б2 $M_{bh} = \text{const},$ рад.анизотропия	$6.1 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^5 (4.4 \cdot 10^4)$	$1.9 \cdot 10^5$	—
6	Б3 $”-$	$2.6 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^4 (1.3 \cdot 10^4)$	$9.6 \cdot 10^4$	—
7	А1 $”-$	$2.1 \cdot 10^6$	$5.6 \cdot 10^5 (2.3 \cdot 10^5)$	$4.1 \cdot 10^5$	—
8	Б1 $”-, \text{аннигиляция}$	$1.2 \cdot 10^6$	$1.1 \cdot 10^5 (5.6 \cdot 10^4)$	$4.5 \cdot 10^5$	$3.7 \cdot 10^4$
9	Б3 $”-, \text{аннигиляция}$	$2.6 \cdot 10^5$	$2.5 \cdot 10^4 (1.2 \cdot 10^4)$	$9.5 \cdot 10^4$	$2.6 \cdot 10^3$

Таблица 1: Варианты расчёта и основные результаты (на момент времени  $t = 10^{10}$  лет).

$M_{init}$  – начальная масса тёмной материи в пределах  $r \leq r_h = 2$  пс (в  $M_\odot$ );

$M_{capt}$  – масса тёмной материи, поглощённой чёрной дырой (в скобках – из области  $r < r_h$ );

$M_{evap}$  – масса частиц, покинувших область  $r < r_h$  за счёт испарения (диффузии по энергии);

$M_{ann}$  – масса аннигилировавших частиц.

Все варианты, кроме 4, предполагают постоянную массу чёрной дыры ( $M_{bh} = 3 \cdot 10^6 M_\odot$ ), вариант 4 – растущую пропорционально  $\sqrt{t}$  от затравочной массы  $3 \cdot 10^4 M_\odot$  до  $3 \cdot 10^6 M_\odot$ . Последние два варианта учитывают аннигиляцию частиц.

в работе [5]), при использовании усреднённого по моментам коэффициента диффузии по энергии (как делается в работах других авторов, в частности, в [6]), при меняющейся во времени массе чёрной дыры ( $M_{bh} \propto \sqrt{t}$ , в остальных расчётах принималась постоянная масса чёрной дыры, равная текущему значению  $3 \cdot 10^6 M_\odot$ ). Также для моделей Б1 и Б3 (изотропный профиль NFW) были произведены расчёты с учётом аннигиляции частиц. Всего было рассчитано 9 вариантов с целью анализа относительной роли различных факторов при неизменном начальном условии и для выяснения общих и различных черт для разных начальных условий (таблица 1).

Были построены профили плотности тёмной материи в зависимости от времени для каждого из вариантов, зависимость потока на чёрную дыру от величины  $Q$  и интегрального потока со всех  $Q$  от времени; определено изменение массы тёмной материи в центральной области отдельно за счёт

поглощения, нагрева и аннигиляции. Результаты анализа таковы:

- Плотность тёмной материи в центральной области ( $r \lesssim r_h = 2$  пс) существенно уменьшается, профиль плотности становится более пологим (на достаточно большом участке  $\rho \propto r^{-(1.5 \div 2)}$ , при начальном показателе степени  $-2.3 \div 2.4$ ), при совсем малых радиусах ( $r \lesssim 10^{-5}$  пс) плотность выходит на плато (рис. 2).
- Масса тёмной материи в центральной области уменьшается приблизительно вдвое, причём большая часть этого изменения обусловлена нагревом частиц и их «выметанием» в область больших энергий. Чёрная дыра поглощает порядка 10% от начальной массы тёмной материи в пределах 2 пс, т.е. порядка  $(3 \div 12) \cdot 10^4 M_\odot$ , в зависимости от модели.
- Различия между вариантами существенны при  $t < T_D \sim 2 \cdot 10^9$  лет; при больших временах релаксация в центральной области стирает отличия между начальными функциями распределения, и дальнейшая эволюция происходит сходным образом. В частности, поток на чёрную дыру начинает быстро уменьшаться (рис. 3). При этом, если масса чёрной дыры вначале была мала, то соответственно меньше было и время релаксации, в связи с чем в варианте с меняющейся во времени массой чёрной дыры полная поглощённая масса оказывается меньше, а испарённая – больше. (Ещё раз отметим, что рост чёрной дыры принимается за счёт внешних факторов, т.к. поглощение только тёмной материи не обеспечивает необходимого роста массы).
- При пренебрежении диффузией по энергии общая поглощённая масса оказывается вдвое больше, но из-за отсутствия испарения количество тёмной материи в центре уменьшается гораздо медленнее. То есть такое пренебрежение представляется неоправданным. При использовании усреднённого по моментам коэффициента диффузии по энергии картина эволюции также отличается, но в меньшей степени.
- Если сечение аннигиляции тёмной материи достаточно велико, то оно определяет максимальную плотность при малых радиусах (т.н. аннигиляционное плато). Впрочем, даже в этом случае масса аннигилировавших частиц невелика (порядка  $10^4 M_\odot$ ).

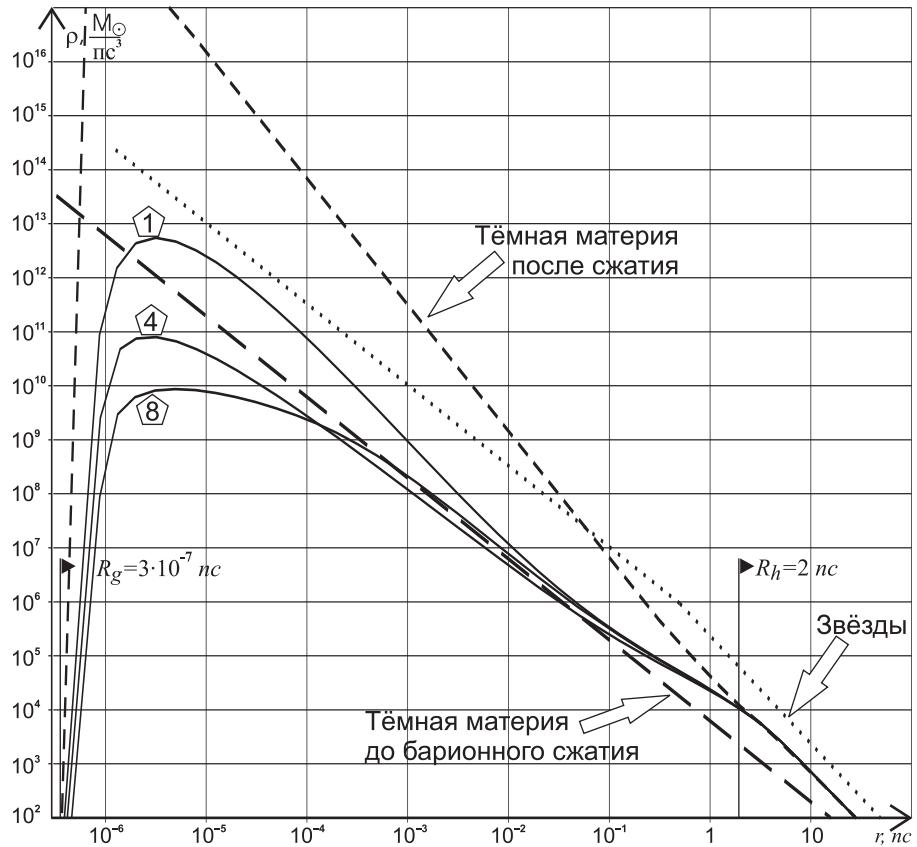


Рис. 2: Профиль плотности тёмной материи для различных моделей.

Длинный пунктир – начальный профиль ( $\rho \propto r^{-1.5}$ );

короткий пунктир – профиль после барионного сжатия и образования чёрной дыры, начальный для задачи диффузии;

точечная линия – профиль плотности звёзд балджа (для сравнения);

сплошные линии – профиль к настоящему времени для вариантов 1, 4 и 8:

1 – эволюция при постоянной массе чёрной дыры и отсутствии аннигиляции, 4 – растущая масса чёрной дыры, 8 – постоянная масса и максимальное сечение аннигиляции.

Основное изменение плотности происходит при  $r \lesssim 1$  пс, при  $r < 10^{-5}$  пс плотность достигает максимума и падает до нуля на радиусе Шварцшильда чёрной дыры ( $r_g = 3 \cdot 10^{-7}$  пс).

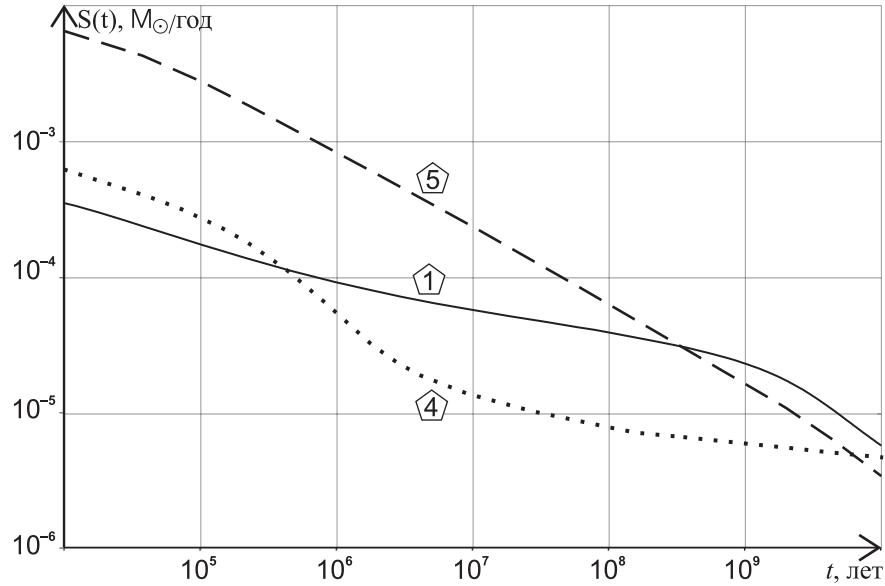


Рис. 3: Зависимость потока частиц на чёрную дыру от времени.

Сплошная линия – вар.1 (постоянная масса чёрной дыры, изотропное распределение по скоростям); пунктир – вар.5 (радиальная анизотропия скоростей); точечная линия – вар.4 (растущая масса чёрной дыры, изотропное распределение).

В первых двух случаях различие имеется при  $t < T_D \approx 2 \cdot 10^9$  лет, далее поток уменьшается сходным образом; в последнем случае релаксация и уменьшение потока происходит гораздо быстрее.

Возможности экспериментальной проверки предсказаний теории связаны с наблюдением аннигиляционного излучения из области наибольшей концентрации тёмной материи. Его интенсивность пропорциональна квадрату плотности тёмной материи, то есть сильно зависит от профиля плотности в настоящее время. Впрочем, поскольку микрофизические параметры частиц – масса и сечение аннигиляции – ещё неизвестны, то обычно рассматривают выражение для интенсивности потока  $\gamma$ -квантов, записанное в виде двух сомножителей – астрофизического, отвечающего за распреде-

ление плотности, и микрофизического, отвечающего за сечение. При этом из развитой выше теории эволюции можно получить значения астрофизического параметра в настоящее время, которые ограничивают диапазон допустимых параметров элементарных частиц. Современные наблюдения показывают избыток  $\gamma$ -квантов в направлении на центр Галактики. Для его объяснения в рамках аннигиляции тёмной материи необходимые значения астрофизического множителя лежат в диапазоне  $10^5 \div 10^9$  для достаточно широкого диапазона микрофизических параметров. В нашей модели получаются как раз такие характерные значения, причём разброс их гораздо меньше, чем при отсутствии диффузии и поглощения. Кроме того, принципиально возможно динамическое обнаружение тёмной материи по измерению массы в центральной области. В нашей модели тёмная материя составляет до 10% полной массы в пределах центральных 2 пс (за вычетом массы чёрной дыры).

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации, приводимые ниже.

## **Основные результаты диссертации, выносимые на защиту**

Исследована эволюция распределения тёмной материи в центральных областях галактик, происходящая под воздействием обычного (барионного) вещества – звёзд ядра галактики (балджа), и сверхмассивной чёрной дыры в центре балджа, в интервале времени от формирования начального гало тёмной материи и начала образования галактики до настоящего момента. Получены следующие результаты:

1. Для ряда моделей начального строения гало аналитически рассчитан процесс барионного сжатия, происходящего при охлаждении и конденсации к центру барионного вещества в процессе образования галактики. Показано, что традиционная простейшая модель расчёта переоценивает степень сжатия гало тёмной материи, особенно для сильной радиальной анизотропии скоростей частиц и пологого начального профиля плотности.
2. Для уравнения Фоккера-Планка (диффузии), описывающего эволюцию тёмной материи под воздействием гравитационного рассеяния на

звёздах балджа, поглощения чёрной дырой и аннигиляции, вычислены диффузионные коэффициенты для различных пространственных областей и определены граничные условия.

3. Исследованы одномерные приближения уравнения Фоккера-Планка, описывающие диффузию по угловому моменту и поглощение частиц чёрной дырой, и диффузию по энергии и нагрев частиц звёздами. Получены качественные характеристики этих процессов: характерные времена релаксации, вид функции распределения. Рассмотрено полное двумерное уравнение диффузии, построена численная схема для его решения. Исследованы принципиальные отличия решения от одномерных случаев, зависимость решения от начальных данных и от учёта различных факторов. Динамика распределения тёмной материи в центральной части балджа при рассмотрении двумерной диффузии существенно отличается от одномерных приближений. Различия в эволюции для разных начальных моделей существенны в интервале времени, меньшем времени релаксации в центральной области (около 2 млрд. лет), дальнейшая эволюция происходит сходным образом. Для варианта, когда масса чёрной дыры в начале эволюции была гораздо меньше нынешней величины, влияние нагрева звёздами более существенно, и к настоящему моменту количество тёмной материи в центре оказывается меньше.
4. На основе построенной методики проведён расчёт эволюции распределения тёмной материи в центре нашей Галактики для ряда моделей начального строения гало. Рассчитано изменение пространственной плотности тёмной материи и возможность её исследования по наблюдению аннигиляционного излучения из центра Галактики. Показано, что около половины начальной массы тёмной материи в пределах области влияния чёрной дыры покидает эту область из-за нагрева, примерно 10% поглощается чёрной дырой. Интенсивность излучения от аннигиляции тёмной материи согласуется с наблюдаемыми величинами.

## **Публикации по теме диссертации**

1. М.И.Зельников, Е.А.Васильев, “Влияние гало тёмной материи на рост сверхмассивной чёрной дыры в центре Галактики”; Краткие сообщения по физике №9, с.9 (2003).
2. M.Zelnikov, E.Vasiliev, “The influence of dark matter halo onto evolution of supermassive black hole”; International Journal of Modern Physics A, Vol.20, Issue 18, 4217 (2005).
3. М.И.Зельников, Е.А.Васильев, “Поглощение темной материи сверхмассивной черной дырой в центре Галактики. Роль граничных условий”; Письма в ЖЭТФ, т.81, вып.3, с.115 (2005).
4. Е.А.Васильев, “Строение и адиабатическое сжатие гало тёмной материи: простая аналитическая модель”; Письма в ЖЭТФ, т.84, вып.2, с.49 (2006).
5. M.I.Zelnikov, E.A.Vasiliev, “The influence of dark matter halo onto evolution of supermassive black hole”; 3-я международная конференция «Проблемы теоретической и наблюдательной космологии»; Ульяновск, сентябрь 2003; сборник тезисов.
6. E.Vasiliev, “Dark matter absorption by a supermassive black hole at the Galactic center: role of boundary conditions”; Международная конференция по теоретической физике «TD70»; Москва, апрель 2005; сборник тезисов.

## Список цитируемой литературы

- [1] G. Blumenthal, S. Faber, R. Flores, J. Primack, “Contraction of dark matter galactic halos due to baryonic infall”; *Astrophys.J.* **301**, 27 (1986).
- [2] A. Lightman, S. Shapiro, “The distribution and consumption rate of stars around a massive, collapsed object”; *Astrophys.J.* **211**, 244 (1977).
- [3] H. Cohn, R. Kulsrud, “The stellar distribution around a black hole: numerical integration of the Fokker-Planck equation”; *Astrophys.J.* **226**, 1087 (1978).
- [4] O. Gnedin, J. Primack, “Dark Matter Profile in the Galactic Center”; *Phys.Rev.Lett.* **93**, 061302 (2004).
- [5] А.С. Ильин, К.П. Зыбин, А.В. Гуревич, “Тёмная материя в галактиках и рост гигантских чёрных дыр”; *ЖЭТФ* **98**, №1, 1 (2003).
- [6] G. Bertone, D. Merritt, “Dark Matter Dynamics and Indirect Detection”; *Mod.Phys.Lett.* **A20**, 1021 (2005)
- [7] А.В. Гуревич, К.П. Зыбин, “Крупномасштабная структура вселенной. Аналитическая теория”; *УФН* **165**, №7, 723 (1995).
- [8] J. Navarro, C. Frenk, S. White, “A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering”; *ApJ* **490**, 493 (1997).
- [9] B. Moore, F. Governato, T. Quinn et al., “Resolving the Structure of Cold Dark Matter Halos”; *Astrophys.J.* **499**, L5 (1998).
- [10] W. Dehnen, D. McLaughlin, “Dynamical insight into dark-matter haloes”; *MNRAS* **363**, 1057 (2005).
- [11] S. Hansen, B. Moore, “A universal density slope - velocity anisotropy relation for relaxed structures”; *New Astron.* **11**, 333 (2006).
- [12] O. Gnedin, A. Kravtsov, A.Klypin, D. Nagai, “Response of dark matter halos to condensation of baryons: cosmological simulations and improved adiabatic contraction model”; *Astrophys.J.* **616**, 16 (2004).
- [13] J. Sellwood, S. McGaugh, “The Compression of Dark Matter Halos by Baryonic Infall”; *Astrophys.J.* **634**, 70 (2005).